

OA 5 - 8° Básica

Actividades de apoyo 8° básico

Guía para docentes

Unidad 1: Números.

Tema:

Porcentaje y sus equivalencias

FICHA N°1

Porcentaje y sus equivalencias.

FICHA N°2

Cálculo de porcentaje como multiplicación.

FICHA N°3

Cálculo de porcentaje como proporción.

GUÍA DOCENTE N°1 Porcentaje

Introducción

La siguiente guía tiene como objetivo orientar al docente en la gestión de los contenidos previos que las(os) estudiantes necesitan dominar para abordar, de manera eficiente, los temas propios del Objetivo de Aprendizaje 5 de 8° básico, el que declara lo siguiente:

OA 5: Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.

Analizando los respectivos nudos de aprendizaje, se han elaborado 3 fichas de estudio dirigidas a las(os) estudiantes, agrupadas en dos grandes temas. De esta manera, la propuesta para la gestión docente es la siguiente:

Tema	Ficha	Nudo de aprendizaje
1 Porcentaje (Guía N°1)	1 Concepto y cálculo de raíces cuadradas exactas.	Confunden el concepto de raíz cuadrada con la división de un número por 2.
	2 Ubicar raíces cuadradas en la recta numérica.	Ubican la raíz sin calcular el valor de la misma, sino que considerando el valor del subradical.
	3 Cálculo de porcentaje como proporción.	No dominan el procedimiento de la proporción para el cálculo de porcentaje.

En la guía didáctica hay anotaciones al margen, las que hacen referencia a:

- Información didáctica y/o conceptual.
- Solución de actividades y ejercicios propuestos.
- Gestión pedagógica en el desarrollo del Desafío.
- Errores frecuentes de las y los estudiantes y cómo abordarlos.

Cabe destacar que, en su calidad de docente, es usted quien determinará si debe apoyarse total o parcialmente en el material que aquí se presenta, dado el conocimiento que usted posee respecto al ritmo de aprendizaje de sus estudiantes. Dicho esto, se recomienda trabajar con estas fichas antes de abordar el mencionado OA de 8° básico.

FICHA 1: PORCENTAJE Y SUS EQUIVALENCIAS

OA: Este OA es perteneciente al OA4 de 6° básico¹.

Errores frecuentes

- Que identifiquen razones en situaciones de la vida cotidiana y posteriormente señalar dicha expresión, en porcentaje.
- Que presenten dificultad para encontrar divisores exactos durante el proceso de simplificar y expresar en fracción irreducible.
- Que expresen un porcentaje en número decimal y que comprendan por qué son equivalentes ambas expresiones.

¹OA 4 Demostrar que comprenden el concepto de porcentaje de manera concreta, pictórica y simbólica, de forma manual y/o usando software educativo.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

FICHA 1: PORCENTAJE Y SUS EQUIVALENCIAS

Objetivo: Comprender la equivalencia de porcentaje con fracciones y números decimales.

Recordemos

¿QUÉ ES EL PORCENTAJE?

Antes de conversar sobre el porcentaje, necesitamos comprender que es una razón, para aquello leamos la siguiente situación:

Si se mezclan 2 kilogramos de harina con 1 kilogramo de azúcar para hacer galletas, decimos que la razón entre la cantidad de harina y la azúcar es 2 : 1, y se lee "2 es a 1", esto se entiende que por cada 2 kilogramos de harina hay 1 kilogramo de azúcar. También podemos decir que la razón entre la cantidad de azúcar y la de harina es 1 : 2, y se lee "1 es a 2"; entendiendo que por cada 1 kilogramo de azúcar hay 2 kilogramos de harina.

Diremos que dos cantidades p y q están en la razón $p : q$ si por cada p unidades de la primera cantidad hay q unidades de la segunda. La razón $p : q$ se lee "p es a q". Y en algunos casos se puede asociar la razón $p : q$ a la fracción $\frac{p}{q}$.

ACTIVIDAD

a) En una granja hay 250 patos y 125 gallinas. ¿En qué razón se encuentran las gallinas respecto a la cantidad de patos?

b) ¿Cómo se lee la razón 3 : 4 ? Y ¿la razón $\frac{5}{6}$?

A menudo necesitamos comunicar una razón entre cantidades, de forma tal que sea fácil de comprender. Por ejemplo, cuando se quiere comunicar que 1240 personas, de un total de 4 000 de una comuna, votaron en la última elección presidencial, no es muy útil señalar que votaron $\frac{1240}{4000}$ del total. Una forma de facilitar la comprensión es buscar una fracción equivalente con denominar 100, en este caso, $\frac{31}{100}$. Esta última fracción nos dice directamente que de 100 personas votaron 31. Por convención, se usa denominador 100 dada nuestra familiaridad con el sistema de numeración decimal, sin embargo, se podría haber elegido otro número.

Convención matemática es un acuerdo entre matemáticos de la construcción del conocimiento matemático.

3

Información didáctica y/o conceptual

- Un porcentaje es una expresión que representa una cantidad o medida. Para enunciar un porcentaje, se utiliza un número y el signo %. Un porcentaje es una fracción con denominador 100, ya que representa una parte respecto a un total de 100 partes.

- Una razón matemática es una comparación por medio de un cociente entre dos cantidades o medidas que se comparan entre sí. Las partes de las razones son $\frac{a}{b}$, siendo a el **antecedente** y b **consecuente**. La representación de una razón es por medio de una fracción $\frac{a}{b}$ o una división ($a : b$), al comparar tres magnitudes, excepcionalmente, no se expresa en fracción, ya que en ese caso se expresaría como división ($a : b : c$).

- Considerando que una fracción es una comparación por cociente de dos números enteros, cuando se enfrenta a una razón con números distintos a los números enteros, por ejemplo, 1,5 : 2, no es posible expresarlo en fracción.
- La razón ni la fracción pueden tener consecuente ni denominador cero.

Nota:

Es importante que, al formar una razón se considere el orden en que aparecen los datos, por ejemplo, en la situación de la mezcla de los dos kilogramos de azúcar y un kilogramo de harina, se mencionó 2 es a 1, ya que se está mencionando el azúcar y luego la harina.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Un porcentaje es una fracción con denominador 100. Para denotar un porcentaje se usa un número N seguido del símbolo %, para indicar el N por ciento ($N\%$). Por ejemplo:

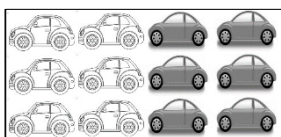
$$31\% = \frac{31}{100}$$

Veamos un ejemplo en cómo definir el porcentaje de una situación.

Ejemplo:

Una automotora vendió 6 vehículos de color gris de los 12 que se vendieron durante esa jornada.

Observa.



$$\frac{\text{Vehículos de color gris}}{\text{Total de vehículos}} = \frac{6}{12} = \frac{6:6}{12:6} = \frac{1}{2}$$

El procedimiento realizado en corresponde a la simplificación, en la cual se dividió al numerador y denominador por un mismo número.

Para determinar el porcentaje, primero definamos la razón entre los vehículos grises y el total de vehículos que es $6:12$, o bien $1:2$, este último y considerando la situación se interpreta que por cada 1 vehículo vendido de color gris se vendieron 2 vehículos en total. Es decir, la mitad de los vehículos vendidos correspondían a los de color gris.

Y para expresar en porcentaje, a la fracción $\frac{1}{2}$ hay que determinar una fracción equivalente con denominador 100.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 50}{2 \cdot 50} = \frac{50}{100} = 50\%$$

El procedimiento realizado en corresponde a la amplificación, en la cual se multiplicó al numerador y denominador por un mismo número.

Por lo tanto, los vehículos de color gris corresponden al 50% del total de vehículos vendidos.

ACTIVIDAD

En una sala hay 10 personas, de las cuales 2 son mujeres. ¿Qué porcentaje de personas son mujeres?

Gestión didáctica y/o conceptual:

- El docente puede iniciar el desarrollo de la guía del estudiante preguntando: ¿Qué recuerdan acerca de los porcentajes?, según las respuestas, puede relacionar el porcentaje con la expresión de dicha magnitud en fracción y número decimal.
- Lea la sección Recordemos junto a los y las estudiantes, permita que, a la vez, expresen sus opiniones, de esta manera la clase podrá ver distintas ideas o procedimientos para obtener respuestas.

Solución

$$\frac{\text{MUJERES}}{\text{TOTAL}} = \frac{2}{10} = \frac{2 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Estudiante

8° básico
Porcentaje

EXPRESIÓN DE PORCENTAJE

Un porcentaje además de expresarse en fracción, puede expresarse como número decimal.

CASO 1: DE PORCENTAJE A FRACCIÓN

Para **expresar un porcentaje en fracción** usamos la definición de porcentaje, considerado como una fracción con denominador 100.

Ejemplo:

$$25\% = \frac{25}{100}$$

Como toda fracción, es posible determinar fracciones equivalente, a través de la amplificación y simplificación; logrando obtener su **fracción irreductible**, aquella que no se puede simplificar. Observa.

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{25 : 5}{100 : 5} = \frac{5}{20} = \frac{5 : 5}{20 : 5} = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto, la fracción irreductible de 25% es $\frac{1}{4}$

ACTIVIDAD

¿Qué fracción le corresponde al 75%? Exprésalo en su fracción irreductible.

CASO 2: DE FRACCIÓN A PORCENTAJE

Para **expresar una fracción en porcentaje**, determinamos una fracción equivalente a la original con denominador 100.

Ejemplo:

$$\frac{4}{5}$$

1° Determinar por cuánto hay que amplificar la fracción para que el denominador sea 100. En este caso, por cuánto hay que multiplicar a 5 para obtener 100. $5 \cdot n = 100 \rightarrow 100 : 5 = n$ Dividir 100 en 5, obteniendo 20.

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{80}{100} = 80\%$$

2° Amplificar y expresar en porcentaje.

Por lo tanto, $\frac{4}{5}$ representa el 80%.

Información didáctica y/o conceptual

- Es fundamental que analice los razonamientos realizados por sus estudiantes. De esta forma podrá verificar si están comprendiendo el concepto matemático, o bien, podrá tener la posibilidad de corregir los errores que se presenten.

Solución

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{75 : 25}{100 : 25} = \frac{3}{4}$$

Información didáctica y/o conceptual

- En el caso 1 y 2, se sugiere que el docente haga hincapié y recordar que el porcentaje es equivalente a una fracción con denominador 100, ya que, representa una parte del entero dividido en 100 partes.
- Si presentan dificultad para simplificar, puede sugerir que comiencen a simplificar con números menores, es decir 2, 3, 4 o 5. El procedimiento puede ser más extenso, pero finalmente obtener la fracción irreductible.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

ACTIVIDAD

Completa la siguiente tabla.

Porcentaje	Fracción con denominador 100	Fracción irreducible
5%		
	$\frac{30}{100}$	
		$\frac{3}{4}$

CASO 3: DE PORCENTAJE A NÚMERO DECIMAL

Para **expresar un porcentaje en número decimal**, primero se expresa a fracción con denominador 100 y luego la fracción a número decimal.

Ejemplo

$$25\% = \frac{25}{100}$$

¿Cuál es la expresión decimal de $\frac{25}{100}$?

1. Leemos la fracción.
- En este caso, veinticinco centésimos.
2. A partir de la lectura, escribimos el número en una tabla posicional.

U	d	c	m
	2	5	

3. Escribimos el número decimal fuera de la tabla posicional.

- 0,25. Por lo tanto la expresión decimal de $\frac{25}{100}$ es 0,25.

Recordar, el dígito 0 representa la ausencia de algún valor posicional.

La utilidad de la coma decimal es marcar el dígito que corresponde a la unidad. Por ejemplo, si en el número 1564 el dígito 5 corresponde a la unidad, se le marca con una coma, quedando 15,64.

Solución

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Información didáctica y/o conceptual

• En el caso 3 y 4, de expresar el porcentaje en número decimal y o viceversa, mencione a sus estudiantes que, antes de expresar como número decimal, deben expresar el porcentaje en fracción, según este proceso, se espera que comprendan las diferentes equivalencias entre porcentaje, fracción y decimal.

• Al momento de leer, es importante que el docente mencione a sus estudiantes, que la expresión del número decimal es por medio del valor posicional de los dígitos, por lo tanto, si tienen dificultad para expresar una fracción en número decimal, utilicen la tabla de valor posicional para ordenar números.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

CASO 4: DE NÚMERO DECIMAL A PORCENTAJE

Para **expresar un número decimal en porcentaje**, podemos leer el número decimal, reconocer su escritura en fracción, para determinar una fracción equivalente a la original con denominador 100 y luego expresar en porcentaje.

Ejemplo

$$0,7 = \frac{7}{10}$$

1° Leemos el número decimal y se reconoce su fracción. En este caso 7 décimos.

$$0,7 = \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{70}{100}$$

2° Determinamos una fracción equivalente con denominador 100. En este caso, amplificamos por 10.

$$0,7 = \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{70}{100} = 70\%$$

3° Expresamos la fracción con denominador 100 en porcentaje.

ACTIVIDAD

Según los datos entregados, determina su equivalente en porcentaje, fracción con denominador 100, fracción irreductible y número decimal, según corresponda.

PORCENTAJE	FRACCIÓN DENOMINADOR 100	FRACCIÓN IRREDUCTIBLE	NÚMERO DECIMAL
	$\frac{10}{100}$		
		$\frac{1}{5}$	
			0,6

Solución

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$$

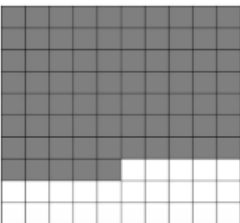
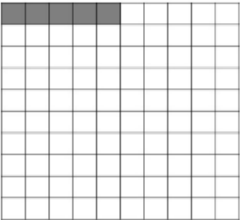
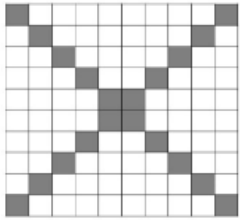
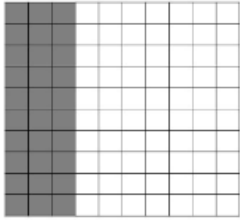
$$60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Práctica

1. De cada cuadrícula, ¿qué porcentaje está sombreado?

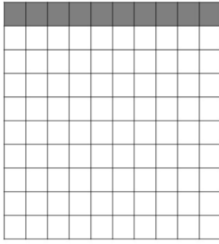


Solución 1

- a) 30%
- b) 20%
- c) 5%
- d) 75%
- e) 10

Estudiante

8° básico
Porcentaje



II. Según el porcentaje escrito en la caja, únala con la fracción y número decimal que le corresponda.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">10%</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">50%</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">75%</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">25%</div>	
0,1	0,75	0,5	0,2	0,25

Solución II

$$10\% = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$25\% = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$50\% = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$75\% = \frac{3}{4} = 0,75$$

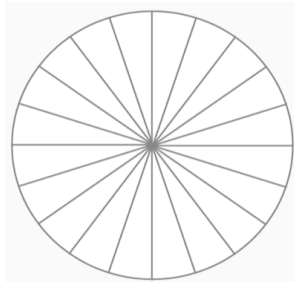
Estudiante

8° básico
Porcentaje

Desafío

Sofía en su fiesta de cumpleaños, realizó los siguientes gastos:

- 5% jugos y bebidas → amarillo
- 10% torta → rojo
- 10% juegos → naranja
- 25% decoración → verde
- 50% dulces → azul



En el gráfico circular, representa el porcentaje de cada uno de los gastos realizados por Sofía en su fiesta de cumpleaños.

Gestión pedagógica en el desarrollo del Desafío:

- Se sugiere al docente que la sección Desafío los y las estudiantes desarrollen el ejercicio en forma individual. Si considera que les complica, pueden trabajar de a dos o máximo tres. Luego, pregunte a la clase cómo lo desarrollaron para que expliquen y justifiquen sus ideas.

- Se sugiere que para calcular la cantidad de partes que deben pintar en el gráfico circular, los y las estudiantes deben representar cada porcentaje en una fracción con denominador 20, ya que corresponde a las partes que está dividido el gráfico.

Solución DESAFÍO

Jugos y bebidas (amarillo)

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{5:5}{100:5} = \frac{1}{20}$$

Torta (rojo)

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{10:5}{100:5} = \frac{2}{20}$$

Juegos (naranja)

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{10:5}{100:5} = \frac{2}{20}$$

Decoración (verde)

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{25:5}{100:5} = \frac{5}{20}$$

Dulces (azul)

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{50:5}{100:5} = \frac{10}{20}$$

FICHA 2: CÁLCULO DE PORCENTAJE COMO MULTIPLICACIÓN

OA: Este OA es perteneciente al OA4 de 7° básico².

Errores frecuentes

- No dominan las tablas de multiplicar, por lo tanto, puede que presenten dificultad o errores al resolver las multiplicaciones. Para corregir dicho error, es fundamental que ejerciten las tablas diariamente, a través, de cálculo mental o resolviendo ejercicios.
- Errores en plantear y resolver ecuaciones. La guía de estudio hace relevancia y explica claramente como plantear una ecuación, y también, como resolver cada caso.
- Tener dificultad al descomponer número decimales para resolver multiplicaciones. El docente debe explicarles a sus estudiantes que, la finalidad de la descomposición es resolver primero la multiplicación entre números naturales y luego multiplicar por el número decimal.
- Resolver divisiones con cociente decimal. Al momento de la división, es importante explicar el valor posicional de los números naturales y decimales.

² Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje: Representándolo de manera pictórica. Calculando de varias maneras. Aplicándolo a situaciones sencillas.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

FICHA 2: CÁLCULO DE PORCENTAJE COMO MULTIPLICACIÓN

Objetivo: realizar cálculos de porcentaje a través de la multiplicación.

¿CÓMO CALCULAMOS PORCENTAJE?

Recordemos

PORCENTAJE COMO OPERADOR

Recordemos que un porcentaje es una fracción con denominador 100. Para denotar un porcentaje se usa un número N seguido del símbolo %, para indicar el N por ciento ($N\%$). Por ejemplo:

$$31\% = \frac{31}{100}$$

Al igual que las fracciones, los porcentajes se pueden interpretar como operadores sobre otras cantidades.

Ejemplo de fracción como operador.

De las 24 horas del día, Claudia duerme $\frac{1}{3}$ de ella.
¿Cuántas horas al día duerme Claudia?

En esta situación $\frac{1}{3}$, no expresa una medida ni cantidad, sino que opera sobre una medida o cantidad, en este caso, a 24 y la transforma. Observa su solución.

$$\frac{1}{3} \cdot 24 = \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{1} = \frac{1 \cdot 24}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

Multiplicación de una fracción por un número natural.

Por lo tanto, $\frac{1}{3}$ de 24 es 8, Claudia duerme al día 8 horas.

ACTIVIDAD

Calcula las $\frac{3}{4}$ de 12.

Información didáctica y/o conceptual

- Para el desarrollo de esta guía de estudio, es importante haber desarrollado la guía número uno sobre "porcentaje y sus equivalencias", el aporte que realiza dicha guía de estudio es que explica la equivalencia y los procedimientos para representar un porcentaje en fracción y/o número decimal.

- Esta guía de estudio tiene como objetivo, que los y las estudiantes realicen cálculos de porcentaje en forma aritmética. Para fortalecer dicho objetivo, se proponen ejercicios en los cuales se solicita a los y las estudiantes realizar multiplicaciones, siendo uno de sus factores es el porcentaje, expresado en notación decimal y fraccionaria.

- El operador de un número se utiliza para conocer una cantidad determinada por medio de una multiplicación.

- Es importante considerar que, si se multiplica un número natural por otro número mayor que cero y menor que uno, el producto resultante será un número decimal positivo.

Solución

$$\frac{3}{4} \cdot 12 = \frac{3 \cdot 12}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

- $\frac{3}{4}$ de 12 es igual a 9.

Gestión didáctica y/o conceptual

Estudiante

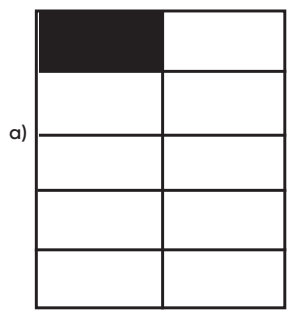
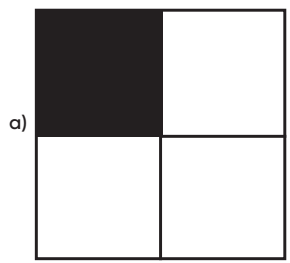
8° básico
Porcentaje

Cuando nos referimos al 8% de algo, podemos interpretar que dividimos ese algo en 100 partes iguales y nos quedamos con 8 de esas partes. Tenemos entonces que:

- 100% la unidad.
- 75% tres cuartas partes de la unidad.
- 50% la mitad de la unidad.
- 25% un cuarto de la unidad.
- 10% la décima parte de la unidad.
- 1% la centésima parte de la unidad.
- 200% el doble de la unidad.

ACTIVIDAD

De cada cuadrícula, ¿qué porcentaje está sombreado?



• El docente puede leer junto a la clase la sección Recordemos, pero se sugiere que en forma individual resuelvan la actividad. Posteriormente se sugiere revisar pues, es fundamental que sus estudiantes expresen sus ideas, así podrá tener la oportunidad de fortalecer o corregir sus ideas.

Solución ACTIVIDAD

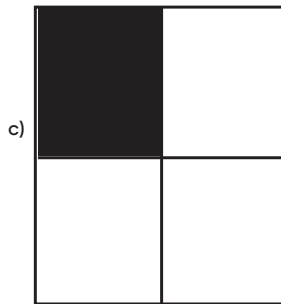
- a) 25%
- b) 10%
- c) 75%
- d) 200%

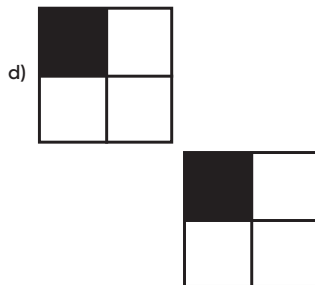
• Explique las equivalencias, por ejemplo:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100} = 25\%$$

Estudiante

8° básico
Porcentaje





Por ejemplo, decir que para un recital solo el 25% de las entradas fueron vendidas es lo mismo que decir que solo se vendieron un cuarto de las entradas. Observa cómo desarrollar, si el total de entradas son 2 580.

$$25\% \text{ de } 2580 = \frac{25}{100} \cdot 2580 = \frac{1}{4} \cdot 2580 = 645$$

En el problema resolvimos:

$$a\% \text{ de } b = c$$

Desde aquí en adelante, b será considerada la cantidad inicial y c como cantidad resultante.

$$\% \cdot C_i = C_r$$

C_i = Cantidad inicial

C_r = Cantidad resultante

Gestión didáctica y/o conceptual

Estudiante

8° básico
Porcentaje

TIPOS DE PROBLEMAS DE PORCENTAJE

Dependiendo de la incógnita, si es %, C_i o C_r , se tiene tres tipos de problemas básico de porcentaje.

CASO 1: INCÓGNITA ES LA CANTIDAD RESULTANTE

Estos tipos de problema donde la incógnita es la cantidad que resulta al calcular un porcentaje sobre una cantidad inicial.

$$\% \cdot C_i = x$$

Con x como incógnita, que corresponde en este caso a C_r .

C_i = Cantidad inicial.

C_r = Cantidad resultante.

Veamos una situación.

Juan de un libro de 90 páginas ha leído el 30%.
¿Cuántas páginas ha leído?

Al analizar el problema, concluimos que el 30% es el operador sobre los 90; por lo tanto, este último dato es la cantidad inicial.

$$30\% \cdot 90 = x$$

Su desarrollo:

$$\frac{3}{10} \cdot 90 = x$$

30% expresado como fracción irreductible

$$\frac{270}{10} = x$$

$$\frac{270}{10} = \frac{270 : 10}{270 : 10} = \frac{27}{1} = 27$$

Se simplifica la fracción por 10.

Respuesta: Juan ha leído 27 páginas del libro.

• En el caso 1, busca determinar la cantidad resultante, es decir la cantidad equivalente a un porcentaje dado.

Si luego de leer y analizar cada caso, considera necesario ejercitar el objeto de estudio, puede realizar los siguientes ejercicios:

- a. ¿Qué cantidad es equivalente a 20% de 25?
- b. ¿Qué cantidad es equivalente a 10% de 30?

Resuelva cada uno de ellos por medio de la multiplicación.

El docente, debe solicitar a los y las estudiantes representar el porcentaje usando número decimal y fracción.

Es fundamental que sus estudiantes interpreten cada caso y expliquen con sus palabras lo que comprenden. Puede haber varias ideas que le ayuden a comprender la situación, o bien, corregir las ideas erróneas.

Gestión didáctica y/o conceptual

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Un cálculo no contextualizado de porcentaje, cuya incógnita sea la cantidad resultante es el siguiente:
¿Cuál es el 60% de 20?

Ya que 60% es el operador sobre los 20.

Recuerda que un porcentaje se puede expresar como fracción y como decimal, entonces 60% de 20 la resolveremos como decimal.

$$0,6 \cdot 20$$

$$\underbrace{0,1 \cdot 6 \cdot 20}$$

$$\underbrace{0,1 \cdot 120}$$

$$12$$

1° Descomponemos multiplicativamente el número decimal

2° Multiplicamos los números naturales

3° Multiplicamos el número natural con el decimal.

Descomponer multiplicativamente el decimal, en caso de tener solo décimos, por ejemplo, se descomponen en

Si fuese un decimal que contenga centésimos, por ejemplo, se descomponen en

Multiplicar a un número por es equivalente a dividirlo en 10. Multiplicar a un número por es equivalente a dividirlo en 100.

Como fracción, se resuelve de la siguiente manera:

$$\frac{60}{100} \text{ de } 20$$

$$\frac{60}{100} \cdot 20 = \frac{60}{100} \cdot \frac{20}{1} = \frac{1200}{100} = 12$$

CASO 2: INCÓGNITA ES LA CANTIDAD INICIAL

Estos tipos de problema donde la incógnita es la cantidad inicial, se conoce la cantidad resultante y el porcentaje a la que esta corresponde.

$$\% \cdot x = C_r$$

Con x como incógnita, que corresponde en este caso a C_i .

C_i = Cantidad inicial.

C_r = Cantidad resultante.

Veamos una situación.

Sebastián cosechó diferentes frutas. Si 5 de ellas son manzanas, que corresponde al 25% de todas las frutas, ¿cuántas frutas cosechó en total?

Lea y analice la multiplicación, explique la descomposición de la multiplicación entre $0,6 \cdot 20$.

Relacione ambos casos, 60% expresado como número decimal y como fracción.

• El caso 2, busca determinar la cantidad inicial, es decir la cantidad equivalente al total.

Si luego de leer y analizar cada caso, considera necesario ejercitar el contenido, puede realizar los siguientes ejercicios:

- a. ¿Cuál es el total si 30 es el 10%?
- b. ¿Cuál es el total si 5 es el 25%?

El docente, debe solicitar a sus estudiantes representar el porcentaje usando número decimal y fracción.

Es fundamental que los y las estudiantes interpreten cada caso y expliquen con sus palabras lo que comprenden. Puede haber varias ideas que le ayuden a comprender la situación, o bien, corregir las ideas erróneas.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Al analizar el problema, concluimos que el 25% es el operador sobre el total (cantidad inicial), que es la incógnita; y el dato 5 corresponde a la cantidad final.

$$25\% \cdot x = 5$$

Resolvamos lo anterior expresando el porcentaje como decimal.

$$\begin{aligned} 0,25 \cdot x &= 5 \\ 0,25 \cdot x : 0,25 &= 5 : 0,25 \\ x &= 5 : 0,25 \\ x &= 5 : (0,01 \cdot 25) \\ x &= 500 : (25) \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Por propiedad de la igualdad, cualquier operación que se realice en ambos lados de una ecuación se mantendrá la igualdad $a = b$, entonces $a + c = b + c$
 $a \cdot c = b \cdot c$

Por tanto, en la ecuación $0,25 \cdot x = 5$ hay que dividir a cada lado 0,25.

Descomponemos multiplicativamente el número decimal

Dividir a un número por es equivalente a multiplicar en 100.

Ahora expresando el porcentaje como fracción.

$$\begin{aligned} \frac{25}{100} \cdot x &= 5 \\ \frac{25}{100} \cdot x \cdot 100 &= 5 \cdot 100 \\ 25x &= 500 \\ 25x : 25 &= 500 : 25 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Respuesta: Sebastián en total cosechó 20 frutas.

Un cálculo no contextualizado de porcentaje, cuya incógnita sea la cantidad inicial es el siguiente:

¿De qué número el 60% es 30?

Ya que 60% es el operador sobre un dato desconocido (cantidad inicial); y el dato 30 es la cantidad resultante.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Ahora resolvemos expresando el porcentaje como fracción.

$$\frac{60}{100} \cdot x = 30$$

$$\frac{60}{100} \cdot x : \frac{60}{100} = 30 : \frac{60}{100}$$

Para mantener la igualdad, a cada lados de la ecuación dividir por $\frac{60}{100}$

$$x = 30 : \frac{60}{100}$$

$$x = \frac{30 \cdot 100}{60}$$

División de un número natural por una fracción.

$$k : \frac{m}{n} = \frac{k \cdot n}{m}$$

$$x = 50$$

CASO 3: INCÓGNITA ES EL PORCENTAJE

Estos tipos de problema donde la incógnita es el porcentaje que relaciona dos cantidades.

$$x \cdot C_i = C_r$$

Con x como incógnita, que corresponde en este caso a % .

C_i = Cantidad inicial.

C_r = Cantidad resultante.

Veamos una situación.

En el 8ºA de un colegio tiene 36 estudiantes. Si 9 son mujeres, ¿qué porcentaje del total de estudiantes son mujeres?

Al analizar el problema, concluimos que el operador es el dato faltante, 36 es la cantidad inicial y 9 es la cantidad resultante.

$$x \cdot 36 = 9$$

Desarrollemos.

$$x \cdot 36 = 9$$

$$x \cdot 36 : 36 = 9 : 36$$

$$x = 9 : 36$$

$$x = 0,25$$

Para mantener la igualdad, a cada lados de la ecuación dividir por 36.

17

• El caso 3, busca determinar el porcentaje equivalente a la cantidad resultante.

Si luego de leer y analizar cada caso, considera necesario ejercitar el contenido, puede realizar los siguientes ejercicios:

- ¿Qué porcentaje es 4 de 10?
- ¿Qué porcentaje es 5 de 20?

Resuelva junto a sus estudiantes usando la estrategia que se realiza en el desarrolla de la guía de estudio, enfatice en el desarrollo de la división con números decimales.

Es fundamental que los y las estudiantes interpreten cada caso y expliquen con sus palabras lo que comprenden. Puede haber varias ideas que le ayuden a comprender la situación, o bien, corregir las ideas erróneas.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

¿Cómo resolvemos $9 : 36$?

U	d	c				U	d	c
9			:	3	6	=	0,	

Primero, divide las unidades en 36.
9 unidades : 36 = 0 unidad con resto 9 unidades.

U	d	c				U	d	c
9	0		:	3	6	=	0,	

Reagrupa el resto de las unidades:
9 unidad = 90 décimos.

U	d	c				U	d	c
9	0		:	3	6	=	0,	2
-	7	2						
	1	8						

Luego, divide los décimos en 36.
90 décimos : 36 = 2 décimos con resto 18 décimos.

U	d	c				U	d	c
9	0		:	3	6	=	0,	2
-	7	2						
	1	8	0					

Reagrupa el resto de los décimos:
18 décimos = 180 centésimos.

U	d	c				U	d	c
9	0		:	3	6	=	0,	2
-	7	2						5
	1	8	0					
-	1	8	0					
		0						

Luego, divide los centésimos en 36.
180 centésimos : 36 = 5 centésimos.

Por último, determinamos el equivalente de 0,25 en porcentaje, siendo 25%.
Por lo tanto, el 25% de los estudiantes son mujeres.

Práctica

I. Calcula los siguientes porcentajes, expresa el porcentaje en fracción.

- a) 20% de 50 b) 15% es 90

Solución PRÁCTICA I

- a) 10
b) 600

Estudiante

8° básico
Porcentaje

II. Calcula los siguientes porcentajes, expresa el porcentaje en número decimal.

- a) 30% de 40
- b) 4% es 9

Ahora, con la calculadora chequea que los resultados estén correctos.

III. Lee y responde los siguientes problemas.

- a) El 25% de los árboles frutales que cultiva don Nelson son limoneros. Si en total son 72 árboles ¿Cuántos son limoneros?

Identifica los datos del problema.

Porcentaje: _____

Cantidad inicial: _____

Cantidad resultante: _____

Escribe la ecuación que lo resuelve.

Resuelve la ecuación.

Escribe la respuesta del problema.

Solución PRÁCTICA II

a) 12

b) 224

Solución PRÁCTICA III

a) 18 de los árboles son limoneros.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

b) Un pequeño pueblo del norte de Chile, tiene solo 72 mujeres, que equivale al 45% de la población. ¿Cuántos habitantes tiene el pueblo?

Identifica los datos del problema.

Porcentaje: _____

Cantidad inicial: _____

Cantidad resultante: _____

Escribe la ecuación que lo resuelve.

Resuelve la ecuación.

Escribe la respuesta del problema.

c) Martín respondió 27 preguntas correctamente de un total de 30. ¿Qué porcentaje de respuesta contestó incorrectamente?

Identifica los datos del problema.

Porcentaje: _____

Cantidad inicial: _____

Cantidad resultante: _____

Solución PRÁCTICA III

b) El pueblo tiene 160 habitantes.

c) Contestó incorrectamente el 10% de las preguntas.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Escribe la ecuación que lo resuelve.

Resuelve la ecuación.

Escribe la respuesta del problema.

d) Utiliza 2 procedimientos distintos para calcula el 20% de 60.
Explica con tus palabras ambos procedimientos.

Solución PRÁCTICA III

d) Primer procedimiento:

$$0,2 \cdot 60 = 12$$

Segundo procedimiento:

$$\frac{20}{100} \cdot 60 = 12$$

- En el primer procedimiento el porcentaje se representó como número decimal y en el segundo procedimiento el porcentaje se representó como fracción.

En ambos casos, el resultado es el mismo.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Desafío

Selecciona al menos 3 tarjetas para completar 100%.

0,3	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{6}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	0,75
0,60	$\frac{3}{20}$	10%

Luego, responde las preguntas.

¿Qué expresión tienen las tarjetas seleccionadas?

¿Qué cálculos te permitieron confirmar que las tarjetas seleccionadas completan 100%? Anótalas.

Gestión pedagógica en el desarrollo del DESAFÍO

Existe más de una respuesta correcta, es importante que los y las estudiantes expresen sus respuestas, las comparen y den distintas soluciones. Deje que ellos y ellas expresen sus ideas, así podrá producirlas o corregirlas en el caso que sea necesario.

Solución DESAFÍO

Las respuestas posibles podrían ser:

I) $10\% - 0,3 - 0,60$

II) $\frac{1}{5} - 0,3 - \frac{3}{6}$

III) $\frac{3}{20} - \frac{1}{4} - 60\%$

IV) $10\% - \frac{1}{5} - \frac{3}{20} - \frac{1}{4} - 0,3$

• No mencionar que no deben ocupar una tarjeta más de una vez, si lo hacen considere correcta la respuesta, pero estimule a que varíen las tarjetas que utilizan.

Una estrategia es expresar todos los números decimales y fracciones en porcentaje.

FICHA 3: CÁLCULO DE PORCENTAJE COMO PROPORCIÓN

OA: : Este OA es perteneciente al OA4 de 7° básico³.

Errores frecuentes

- Que presenten errores frecuentes en plantear una proporción, si sucede, haga hincapié en ordenar los datos en tablas con la información que entrega el problema, solicite que lean y comprendan la pregunta para que entiendan donde está la incógnita.

³ Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje: Representándolo de manera pictórica. Calculando de varias maneras. Aplicándolo a situaciones sencillas.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

FICHA 3: CÁLCULO DE PORCENTAJE COMO PROPORCIÓN

Objetivo: realizar cálculos de porcentaje usando proporcionalidad.

¿CÓMO PODEMOS USAR LA PROPORCIONALIDAD PARA CALCULAR PORCENTAJE?

Recordemos

PROPORCIONALIDAD

Veamos la siguiente situación:

La razón entre las mesas y sillas en una sala es de 1 : 2 . Si se sabe que hay 18 mesas, ¿cuántas sillas hay en la sala?

En esta situación se conoce la razón entre dos cantidades (entre mesas y sillas es 1 : 2), y una de las cantidades (18 mesas). A partir de esto, para encontrar la cantidad de sillas que hay en la sala, podemos establecer una igualdad entre dos razones:

$$\frac{\text{Cantidad de mesas}}{\text{Cantidad de sillas}} = \frac{1}{2} = \frac{18}{x}$$

De donde obtenemos que $x = 36$, es decir, hay 36 sillas.

Lo anterior, se puede determinar:

- Como fracciones equivalentes.

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{18}{x}$$

Entre los numeradores, se puede determinar que desde la primera a la segunda fracción, se amplificó por 18.

Por ende, entre los denominadores, igual se debe amplificar por 18, Por lo tanto $2 \cdot 18 = 36$.

- Con la regla fundamental de las proporciones.

Que establece que, en toda proporción, el producto de los extremos es igual al de los medios.

En el caso de la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$

Por lo tanto, en $\frac{1}{2} = \frac{18}{x}$ usando la regla fundamental de las proporciones

$$1 \cdot x = 2 \cdot 18$$

Y su desarrollo:

$$\begin{aligned} 1 \cdot x &= 2 \cdot 18 \\ x &= 36 \end{aligned}$$

23

Información didáctica y/o conceptual

- Como se mencionó en la primera guía de estudio, una razón es la comparación de dos cantidades por medio de un cociente.

- Una proporción es la igualdad entre dos o más razones. Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son razones equivalentes, entonces $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ equivale a una proporción.

- La regla fundamental de la proporción señala que existe una igualdad entre las medidas de los extremos y los medios, es decir:

$$a \cdot d = b \cdot c, \text{ en donde } b \neq 0 \text{ y } d \neq 0.$$

- Las propiedades de la igualdad se refieren a la relación entre dos objetos matemáticos, sean números o variables. Se denota por el símbolo =, que va en medio de estos dos objetos. Estas propiedades son indispensables para resolver ecuaciones, ya que fundamentalmente considera cinco axiomas, entre ellas: reflexiva, simétrica, transitiva, uniforme y de cancelación.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

PORCENTAJE COMO PROPORCIONALIDAD

Ahora veamos cómo utilizar la proporcionalidad para resolver cálculos de porcentaje.

En una oficina hay 16 trabajadores de los cuales el 75% son mujeres. ¿Cuántas mujeres trabajan en la oficina?

Analicemos el problema, los 16 corresponde al total de trabajadores, es decir, al 100%. Y el 75% corresponde a mujeres, que es el dato incógnito. Ahora ordenemos los datos en una tabla.

Trabajadores (cantidad)	Porcentaje (%)
16	100
x	75

En esta fila se colocó los 16 con el % correspondiente.

En la segunda fila, la incógnita con su %.

A partir de la tabla anterior, determinamos la proporción:

$$\frac{16}{x} = \frac{100}{75}$$

¿Por cuánto se debería simplificar la segunda fracción para que el numerador sea equivalente a 16? En este caso, no es posible determinar un factor natural, por lo tanto, dicho procedimiento no es válido para todo, por lo que se sugiere desarrollarla con la **regla fundamental de las proporciones**.

$$\begin{aligned} 16 \cdot 75 &= 100 \cdot x \\ 1200 &= 100 \cdot x \\ 1200 : 100 &= 100 \cdot x : 100 \\ 12 &= x \end{aligned}$$

Así que en la oficina, 12 son mujeres.

Gestión didáctica y/o conceptual

• Se sugiere al docente que lea en conjunto con sus estudiantes la sección recordemos. Realice preguntas para conocer lo que comprenden.

Ejemplo:

¿Qué es una razón?, ¿Qué es una proporción?

Solicite a la clase dar ejemplos de situaciones cotidianas.

• En los problemas que se presentan, pregunte por las variables y por los datos que entrega el problema. Luego, explique y analice las tablas y la relación existente entre los datos.

• Luego de comprender la información que entrega la tabla, mencione que existe una proporción entre los datos, y que para conocer el valor de la incógnita se utiliza o aplica la regla fundamental de las proporciones. El planteamiento de las ecuaciones es según esta regla y el desarrollo es según la propiedad de las igualdades.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Veamos otro ejemplo:

Claudio ha recorrido 18 kilómetros que corresponde al 60% de la carrera. ¿De cuántos kilómetros es la carrera?

Analicemos el problema, los 18 kilómetros corresponden al 60%. Y la incógnita es el total de kilómetros de la carrera, que corresponden al 100%. Ahora ordenemos los datos en una tabla.

Kilómetros	Porcentaje (%)
18	60
x	100

En esta fila se colocó los 18 con el % correspondiente.

En la segunda fila, la incógnita con su %.

A partir de la tabla anterior, determinamos la proporción:

$$\frac{18}{x} = \frac{60}{100}$$

Desarrollemos con la **regla fundamental de las proporciones**.

$$\begin{aligned} 18 \cdot 100 &= x \cdot 60 \\ 1800 &= x \cdot 60 \\ 1800 : 60 &= x \cdot 60 : 60 \\ 30 &= x \end{aligned}$$

Así que la carrera tiene un total de 30 kilómetros.

Veamos el último ejemplo:

El 8ºA de un colegio tiene 40 estudiantes. Si 18 son hombres, ¿qué porcentaje del curso son hombre?

Analicemos el problema, los 40 estudiantes es el total, por ende es el 100%. Los 18 es una parte del total, que no sabemos y nos piden su porcentaje. Ahora ordenemos los datos en una tabla.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

Estudiantes	Porcentaje (%)
40	100
18	x

En esta fila se colocó los 40 con el % correspondiente.

En la segunda fila, la incógnita con su %.

A partir de la tabla anterior, determinamos la proporción:

$$\frac{40}{18} = \frac{100}{x}$$

Desarrollemos con la **regla fundamental de las proporciones**.

$$\begin{aligned} 40 \cdot x &= 18 \cdot 100 \\ 40 \cdot x &= 1800 \\ 40 \cdot x : 40 &= 1800 : 40 \\ x &= 45 \end{aligned}$$

Los hombres corresponden al 45% del curso.

Práctica

I. Realiza los siguientes cálculos, de la manera que encuentres pertinentes.

a) 15% de 40

b) 10% es 30

Solución PRÁCTICA I

- a) 6
- b) 300
- c) 96
- d) 100

Estudiante

8° básico
Porcentaje

c) El 40% de 240

d) El 5% es 5

II. Lee y resuelve planteando una proporción.

a) Un teléfono celular de \$50 000 está con un 35% de descuento si lo cancelas en efectivo. ¿Cuánto deberás pagar por celular si lo cancelas en efectivo?

Analiza los datos del problema y luego completa la tabla.

Escribe la proporción

Resuelve la proporción.

Escribe la respuesta del problema.

Solución PRÁCTICA II

a) Debe pagar \$32 500 por el celular.

b) No asistió el 20% de los alumnos.

c) El precio original de la polera es de \$ 4 000.

d) El estanque de gasolina esta cargado un 80%.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

b) Un curso tiene 45 estudiantes y hoy solo asistieron 36. ¿Qué porcentaje del curso no asistió?

Analiza los datos del problema y luego completa la tabla.

Escribe la proporción

Resuelve la proporción.

Escribe la respuesta del problema.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

c) A José se le hace un descuento de \$200, por comprar una polera, si el descuento correspondiente a un 5% del precio original de la polera ¿Cuál es el precio original?

Analiza los datos del problema y luego completa la tabla.

Escribe la proporción

Resuelve la proporción.

Escribe la respuesta del problema.

Estudiante

8° básico
Porcentaje

d) El estanque de gasolina de un automóvil, se ha cargado con 32 litros de su capacidad, si para llenar el estanque se necesitan 40 litros. ¿Qué porcentaje del estanque de gasolina cargó el automóvil?

Analiza los datos del problema y luego completa la tabla.

Resuelve la proporción.

Escribe la respuesta del problema.

Desafío

Completa con los datos que faltan para formar una proporción.

Cantidad	Porcentaje

$$\frac{\square}{12} = \frac{25}{\square}$$

$$3 \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{300} \cdot 25$$

30

Gestión didáctica y/o conceptual

- Tenga presente que, para desarrollar el desafío, los y las estudiantes deben comprender la regla fundamental de la proporción y las propiedades de la igualdad.

- Si considera que aún tienen dificultad para desarrollar el ejercicio, retome la lectura de la sección recordemos y revise los ejercicios que se plantean en la sección Práctica. Es importante que los y las estudiantes verbalicen y compartan sus ideas.

Solución PRÁCTICA II

Cantidad	Porcentaje
3	25
12	100

$$\frac{3}{12} = \frac{25}{100}$$

$$3 \cdot \frac{100}{300} = \frac{12}{300} \cdot 25$$

$$\frac{300}{300} = 300$$



DEG

División
Educación
General

**ESCUELAS
ARRIBA**

Que todos los
niños aprendan

OA 5- 8° básico

Actividades de apoyo 8° básico

Guía para docentes

Porcentaje y sus equivalencias.