



DEG
División
Educación
General

**ESCUELAS
ARRIBA**
Que todos los
niños aprendan

OA 1 - 2° Medio

Actividades de apoyo 2° Medio

Guía para estudiantes

Unidad 1: Números

Tema:

Potencias

FICHA N°1

FICHA N°2

Nombre: _____

Curso: _____ Letra: _____ Fecha: _____

Establecimiento: _____

GUÍA DEL ESTUDIANTE N°2

Potencias

Introducción

La siguiente guía tiene como objetivo reforzar los conocimientos previos que necesitas comprender para abordar, de manera eficiente, los conocimientos matemáticos correspondientes al siguiente objetivo de aprendizaje (OA):

OA 1: Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales: Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces. Combinando raíces con números racionales. Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.

OA2: Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos: Comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica. Convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa. Describiendo la relación entre potencias y logaritmos. Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas

Analizando los respectivos nudos de aprendizaje, se han elaborado 2 fichas de estudio, las que abordan los siguientes conocimientos:

Tema	Ficha	Nudo de aprendizaje
1. Potencias. (Guía N°2)	1. Tipos de potencias.	Confunden los respectivos procedimientos para el cálculo de potencias.
	2. Propiedades de las potencias.	No manejan las propiedades de las potencias según el conjunto numérico para el cual está definida la base y el exponente.

En las fichas encontrarás las siguientes secciones:

- **Recordemos:** Se activan los conocimientos previos.
- **Práctica:** Se proponen actividades que te permitirán aplicar los conocimientos previos.
- **Desafío:** Se compone de una o más actividades por medio de problemas o situaciones en contextos concretos o simplemente matemáticos, que te invitarán a la aplicación y reflexión de los aprendizajes adquiridos.

FICHA 1: TIPOS DE POTENCIAS

OBJETIVO: Recordar los tipos de potencias y sus características.

Recordemos

POTENCIA DE BASE Y EXPONENTE NATURAL

Una potencia de base a y exponente n se define para a y $n \in \mathbb{N}$ como la multiplicación iterada de a la cantidad de veces que indica n :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

Ejemplo: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

POTENCIA DE BASE Y EXPONENTE ENTERO

En la potencia a^n con a y $n \in \mathbb{Z}$ se tienen los siguientes casos:

a) Potencia de base un número negativo:

Una potencia cuya base es negativa da como resultado un número mayor que cero si su exponente es un **número par**.

Ejemplo: $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

Una potencia cuya base es negativa da como resultado un número menor que cero si su exponente es un **número impar**.

Ejemplo: $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

Importante: Cuando la base de una potencia es negativa se escribe con paréntesis $(-a)^n$, de este modo se entiende que el número negativo es el que se repite n veces. En caso de no haber paréntesis $-a^n$ se entiende que la base es positiva y que el signo negativo no corresponde a la potencia, es decir, al resultado.

$$(-a)^n \neq -a^n$$

Ejemplo:

1) Con n par:

$$(-3)^4 = -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 = 81$$

$$-3^4 = -(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = -81$$

$$81 \neq -81$$

$$(-3)^4 \neq -3^4$$

2) Con n impar:

$$(-3)^3 = -3 \cdot -3 \cdot -3 = -27$$

$$-3^3 = -(3 \cdot 3 \cdot 3) = -27$$

Si bien se obtiene el mismo resultado, el procedimiento es distinto.

En resumen: En la potencia a^n si $a \in \mathbb{Z} - \{0\}$ y $n \in \mathbb{N}$ se tiene que:

- Si n es par, entonces $a^n > 0$
- Si n es impar, entonces $a^n < 0$

b) Potencia de exponente un número negativo:

El valor de potencia de base entera distinta de cero cuyo exponente es negativo será igual al inverso multiplicativo de la base de la potencia con exponente positivo.

Ejemplos:

$$1) 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$2) (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8} \quad (\text{la base también puede ser un número negativo})$$

En resumen: En la potencia a^n si $a \in \mathbb{Z} - \{0\}$ y $n \in \mathbb{N}$, entonces:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

POTENCIA DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

a) Potencia con exponente positivo:

Una potencia de base racional y exponente entero positivo se define como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ veces}} = \frac{a^n}{b^n} \quad ; \text{ con } \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \quad n \in \mathbb{N}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{27}$$

b) Potencia con exponente negativo:

Una potencia de base racional y exponente negativo es equivalente al inverso multiplicativo de la base con exponente positivo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad ; \text{ con } \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\} \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{4}\right)^4 = \frac{5^4}{4^4} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{625}{256}$$

En resumen: Sea $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ la base de una potencia y $n \in \mathbb{N}$ el exponente, se tiene:

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; b \neq 0$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n; \text{ con } a \neq 0, b \neq 0$

Práctica

1. Representa cada una de las siguientes multiplicaciones iteradas como una potencia de base entera:

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

d) $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 =$

b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

e) $-(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) =$

c) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} =$

2. Representa los siguientes números como potencias:

a) $8 =$

h) $-27 =$

b) $25 =$

i) $243 =$

c) $-36 =$

j) $-256 =$

d) $49 =$

k) $216 =$

e) $625 =$

l) $343 =$

f) $-32 =$

m) $729 =$

g) $125 =$

3. Escribe cada potencia con exponente positivo:

a) $2^{-3} =$

e) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-1} =$

b) $5^{-10} =$

f) $(-4)^{-5} =$

c) $\left(\frac{1}{6}\right)^4 =$

g) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-8} =$

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

4. Resuelve las siguientes potencias:

a) $3^3 =$

b) $-4^2 =$

c) $(-5)^3 =$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 =$

e) $\left(-\frac{1}{4}\right)^5 =$

f) $-\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

g) $5^{-3} =$

h) $-7^{-2} =$

i) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 =$

5. Encuentra el valor positivo de la base de la potencia en cada caso para que se cumpla la igualdad:

Ejemplo: $x^2=25$

Pregunta: ¿Qué número elevado a 2 da como resultado 25?

Respuesta: $x = 5$

Comprobación: $5^2=5 \cdot 5=25$

a) $x^2=49$

Pregunta:

Respuesta:

Comprobación:

b) $x^2=81$

Pregunta:

Respuesta:

Comprobación:

c) $x^3=64$

Pregunta:

Respuesta:

Comprobación:

d) $x^3=27$

Pregunta:

Respuesta:

Comprobación:

e) $x^5=32$

Pregunta:

Respuesta:

Comprobación:

f) $x^3=-125$

Pregunta:

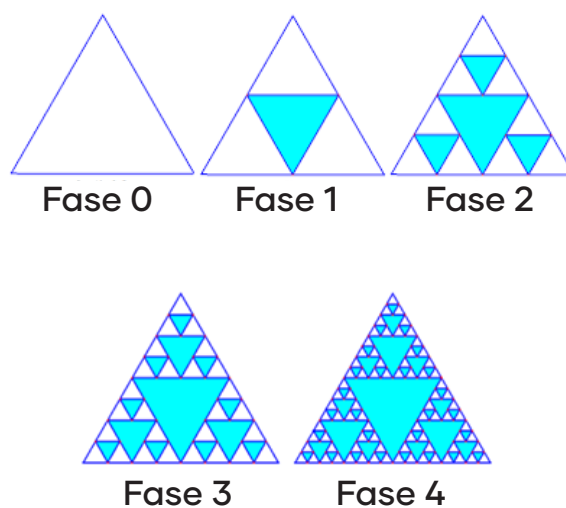
Respuesta:

Comprobación:

Desafío

El triángulo de Sierpinski es un fractal¹ que se construye a partir de cualquier triángulo. Se aplicará en este caso, a un triángulo equilátero uniendo los puntos medios de cada lado del triángulo original, formando 4 nuevos triángulos. En cada uno de los 3 triángulos blancos formados (ver imagen) se vuelve a repetir el proceso y así sucesivamente con los triángulos blancos que resulten cada vez que se aplica el proceso.

Llamaremos fase 1, 2, 3, ... a las figuras resultantes luego de aplicar el proceso y fase 0 al triángulo original del cual se comenzó. En cada fase, el lado del triángulo se reduce a la mitad en los nuevos triángulos formados, es decir, a $\frac{1}{2}$ de su medida.



¹Es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas.

FICHA 2: PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

OBJETIVO: Aplicar las propiedades de potencias.

Recordemos

En años anteriores has estudiado las propiedades de potencias separadas por conjuntos numéricos: potencias en los números naturales, enteros y racionales. Lo cierto es que las propiedades se utilizan por igual en cualquiera de ellos. A continuación, se presentan las propiedades con ejemplos en los distintos conjuntos numéricos:

POTENCIA DE EXPONENTE 0

Cuando el exponente de una potencia es 0, su resultado es 1 siempre cuando su base no sea 0.

Ejemplos:

$$4^0 = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

$$(-3)^0 = 1$$

POTENCIA DE EXPONENTE 1

Cuando el exponente de una potencia es 1, su resultado siempre es igual a la base.

Ejemplos:

$$4^1 = 4$$

$$(-5)^1 = -5$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

En la multiplicación de potencias de igual base se mantiene la base y se suman los exponentes.

Ejemplos:

$$5^2 \cdot 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$(-2)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5$$

MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

En la multiplicación de potencias de igual exponente se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

Ejemplos:

$$(-2)^3 \cdot 4^3 = (-2 \cdot 4)^3 = (-8)^3$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

En la división de potencias de igual base se mantiene la base y se restan los exponentes.

Ejemplos:

$$3^2 : 3^1 = 3^{2-1} = 3^1$$

$$\frac{6^4}{6^2} = 6^{4-2} = 6^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{6-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

En la división de potencias de igual exponente, se dividen las bases y se mantiene el exponente.

Ejemplos:

$$(-8)^2 : 2^2 = (-8 : 2)^2 = (-4)^2$$

$$\frac{5^3}{3^3} = \left(\frac{5}{3}\right)^3$$

POTENCIA DE UNA POTENCIA

En la potencia de una potencia se mantiene la base y se multiplican los exponentes.

Ejemplos:

$$(3^2)^{-3} = 3^{2 \cdot (-3)} = 3^{-6}$$

$$\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-8}$$

POTENCIA DE EXPONENTE NEGATIVO

Una potencia con exponente negativo es igual al inverso multiplicativo de la base con el exponente positivo.

Ejemplos:

$$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^4$$

$$(0,1)^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 10^2$$

El inverso multiplicativo de 2 es $\frac{1}{2}$ ya que la multiplicación de estos factores da como resultado el neutro multiplicativo, es decir el 1.

$$2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

En resumen:

- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $a^n : b^m = a^{n-m}$
- $a^n : b^n = (a : b)^n$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $\frac{a^n}{b^m} = a^{n-m}$
- **o también** $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Práctica

6. Aplica la propiedad de potencia correspondiente a cada caso:

a) $10^0 =$

e) $8^2 \cdot 8^4 =$

b) $(-5)^1 =$

f) $4^3 : 2^3 =$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} =$

g) $3^{-5} =$

d) $(4^3)^{-1} =$

h) $\frac{8^5}{4^2} =$

7. Aplica las propiedades de potencias para resolver:

a) $a \cdot a^3 \cdot a^5 =$

c) $[(a^{-2})^{-4}]^3 =$

b) $\frac{27x^4y^3}{3x^3y^3} =$

d) $\frac{a^2b^3a^5b^7}{(ab)^3b^2a} =$

e) $2^0 + 2^{-1} - 2^{-2} + 2^{-3} =$

g) $\frac{3^{-2} - 3^2}{3^2} =$

f) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} =$

h) $\left(\frac{1}{2} \cdot x^{-4}\right)^{-2} =$

Desafío

a) Si $A = \frac{1}{2a}$, $B = \frac{1}{3a}$. Entonces $[A - A^{-1} B] \cdot A^{-1}$ es igual a:

b) Demuestra utilizando las propiedades de potencias que $2^0 =$



DEG

División
Educación
General

**ESCUELAS
ARRIBA**

Que todos los
niños aprendan

OA 1 - 2° Medio

Actividades de apoyo 2° Medio
Guía para estudiantes

Potencias

FICHA N°1

FICHA N°2